<u>ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ</u>

(Θεωρία Ουρών Αναμονής)

<u>Σύστημα Μ/Μ/1 (είσοδος Poisson, εκθετικός χρόνος εξυπηρέτησης, ένα σημείο εξυπηρέτησης δηλαδή s = 1)</u>

Έστω λ ο μέσος ρυθμός αφίξεων και μ ο μέσος ρυθμός εξυπηρέτησης. Τότε

- ο βαθμός απασχόλησης του συστήματος: $\rho = \dfrac{\lambda}{\mu}$,
- το μέσο πλήθος πελατών στην ουρά αναμονής: $L_q = \dfrac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)}$,
- το μέσο πλήθος πελατών στο σύστημα : $L = \dfrac{\lambda}{\mu-\lambda}$, $L = L_q + L_s = L_q + \dfrac{\lambda}{\mu}$,
- ο μέσος χρόνος αναμονής : $W_q = \dfrac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)}$, $W_q = \dfrac{L_q}{\lambda}$,
- ο μέσος χρόνος παραμονής στο σύστημα: $W = \dfrac{1}{\mu-\lambda}$, $W = \dfrac{L}{\lambda}$, $W = W_q + \dfrac{1}{\mu}$,
- η πιθανότητα να μην υπάρχει κανένα πελάτης στο σύστημα : $P_0 = 1 - \dfrac{\lambda}{\mu}$,
- η πιθανότητα να βρίσκονται n πελάτες στο σύστημα: $P_n = \left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^n \cdot P_0$,
- η πιθανότητα το πλήθος των πελατών στο σύστημα, έστω n, να είναι μεγαλύτερο από έναν αριθμό k: $P_{n>k} = \left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^{k+1}$

<u>Σύστημα M/M/s (είσοδος Poisson, εκθετικός χρόνος εξυπηρέτησης, περισσότερα από ένα σημεία εξυπηρέτησης δηλαδή s>1)</u>

Έστω λ ο μέσος ρυθμός αφίξεων και μ ο μέσος ρυθμός εξυπηρέτησης κάθε ομοιόμορφης θέσης εξυπηρέτησης. Τότε:

- ο βαθμός απασχόλησης του συστήματος: $\rho = \dfrac{\lambda}{s \cdot \mu}$,
- η πιθανότητα να μην υπάρχει κανένα πελάτης στο σύστημα: $P_0 = \dfrac{1}{\sum_{n=0}^{s-1}\left[\dfrac{(\lambda/\mu)^n}{n!}\right] + \dfrac{(\lambda/\mu)^s}{s!}\cdot\left(\dfrac{s\mu}{s\mu-\lambda}\right)}$,
- η πιθανότητα να βρίσκονται n πελάτες στο σύστημα: $P_n = \begin{cases} \dfrac{1}{n!}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^n \cdot P_0, & n \le s \\ \dfrac{1}{s!\,s^{n-s}}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^n \cdot P_0, & n > s \end{cases}$
- η πιθανότητα ένας πελάτης να χρειαστεί να περιμένει: $P_w = 1 - \sum_{n=0}^{s-1} P_n$, $P_w = \dfrac{1}{s!}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^s\left(\dfrac{s\mu}{s\mu-\lambda}\right)P_0$,
- το μέσο πλήθος πελατών στην ουρά αναμονής: $L_q = \dfrac{(\lambda/\mu)^s\,\lambda\mu}{(s-1)!(s\mu-\lambda)^2}\cdot P_0$,
- το μέσο πλήθος πελατών στο σύστημα: $L = L_q + \dfrac{\lambda}{\mu}$,
- ο μέσος χρόνος αναμονής: $W_q = \dfrac{L_q}{\lambda}$,
- ο μέσος χρόνος παραμονής στο σύστημα: $W = \dfrac{L}{\lambda}$, $W = W_q + \dfrac{1}{\mu}$

<u>Και για τους δύο τύπους συστημάτων ισχύει:</u>

Έστω c_w : μοναδιαίο κόστος αναμονής και c_s : μοναδιαίο κόστος εξυπηρέτησης. Τότε:

συνολικό προσδοκώμενο (αναμενόμενο) κόστος λειτουργίας = κόστος αναμονής + κόστος εξυπηρέτησης δηλαδή: $TC = WC + SC = c_w L + c_s s$.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Α. Γεωργίου και Γ. Οικονόμου (2002). *Ποσοτικές Μέθοδοι. Τόμος Γ: Επιχειρησιακή Έρευνα*. Εκδόσεις Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο, Πάτρα.

Γ.Σ. Οικονόμου και Α.Κ. Γεωργίου (2000). *Ποσοτική Ανάλυση για τη Λήψη Διοικητικών Αποφάσεων. Τόμος Β*. Εκδόσεις Ευγ. Μπένου, Αθήνα.

Χ.Ε. Μπότσαρης (2003). *Επιχειρησιακή Έρευνα, Τόμος IV. Ανάλυση Συστημάτων*. Εκδόσεις Ελληνικά Γράμματα, Αθήνα.

Π.-Χ. Γ. Βασιλείου (2000). *Στοχαστικές Μέθοδοι στις Επιχειρησιακές Έρευνες*. Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη.