



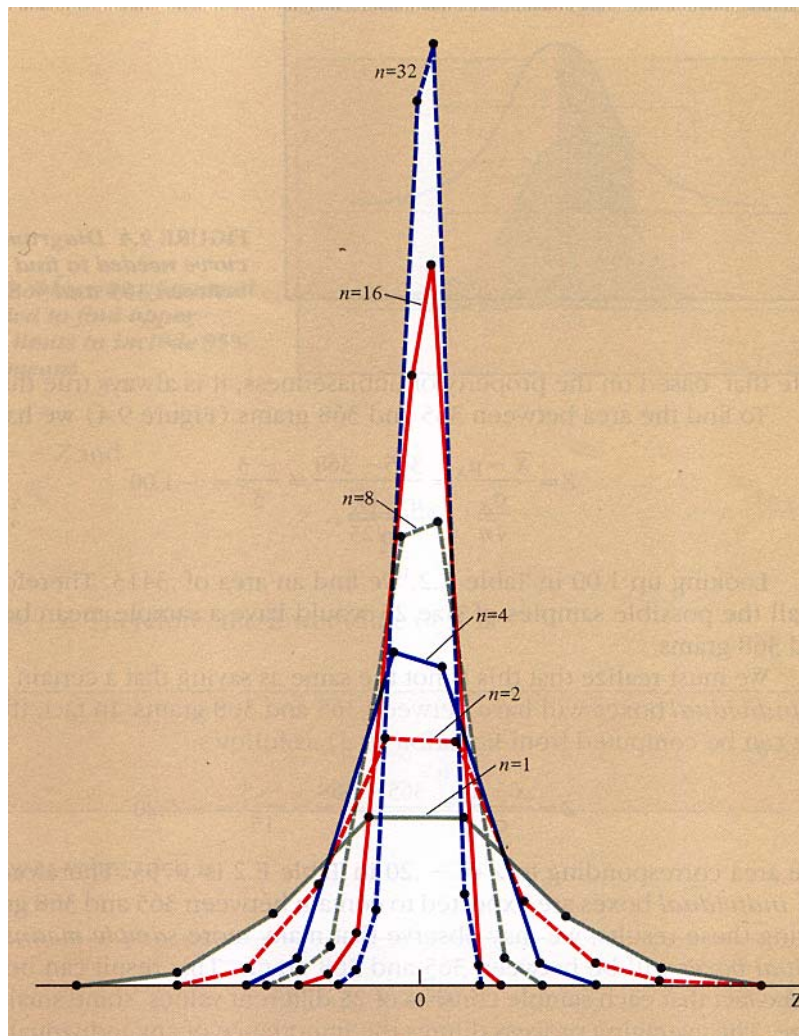
ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΑΝΟΙΚΤΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

Πρόγραμμα Σπουδών: ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ και ΟΡΓΑΝΙΣΜΩΝ

Θεματική Ενότητα: ΔΕΟ13 – Ποσοτικές Μέθοδοι

Ακαδημαϊκό Έτος: 2009-10

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ



ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΣΥΝΟΨΗΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

ΜΗ ΟΜΑΔΟΠΟΙΗΜΕΝΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ

ΟΜΑΔΟΠΟΙΗΜΕΝΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ

ΜΕΤΡΑ ΘΕΣΗΣ / ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΤΑΣΗΣ

Αριθμητικός Μέσος

$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$	$\bar{X} \cong \frac{\sum_{i=1}^k f_i m_i}{n}, \quad n = \sum_{i=1}^k f_i$
--	--

Σταθμικός Αριθμητικός Μέσος

$\bar{X}_w = \frac{\sum_{i=1}^n w_i X_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$	
---	--

Διάμεσος

<p>Αν n περιττός,</p> <p>M: η τιμή της παρατήρησης στη θέση $\frac{n}{2} + \frac{1}{2}$ δηλαδή $M = X_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}$.</p> <p>Αν n άρτιος,</p> <p>$M = \frac{1}{2} \left(X_{\left(\frac{n}{2}+1\right)} + X_{\left(\frac{n}{2}\right)} \right).$</p>	$M \cong L_M + \frac{\delta}{f_M} \left(\frac{n}{2} - F_{M-1} \right)$
---	---

Επικρατούσα Τιμή

<p>T_o: η τιμή με τη μεγαλύτερη συχνότητα εμφάνισης</p>	$T_o \cong L_{T_o} + \delta \frac{A_1}{A_1 + A_2}$
--	--

ΜΕΤΡΑ ΣΧΕΤΙΚΗΣ ΘΕΣΗΣ

i – Τεταρτημόριο

<p>Το $i = 1, 2, 3$ τεταρτημόριο (Q_i) βρίσκεται στην $\left[\frac{i(n+1)}{4} \right]$ θέση.</p> <p>Η τιμή του $i = 1, 2, 3$ τεταρτημορίου (Q_i) είναι</p> $Q_i = X_{(A_Q)} + \Delta_Q \left[X_{(A_Q+1)} - X_{(A_Q)} \right]$ <p>όπου $A_Q =$ το ακέραιο μέρος του πηλίκου $\left[\frac{i(n+1)}{4} \right]$</p> <p>και $\Delta_Q =$ το δεκαδικό μέρος του πηλίκου $\left[\frac{i(n+1)}{4} \right]$.</p>	$Q_i \cong L_{Q_i} + \frac{\delta}{f_{Q_i}} \left(\frac{n i}{4} - F_{Q_i-1} \right)$
--	---

ΜΕΤΡΑ ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ

Εύρος

$R = X_{\max} - X_{\min}$

Ενδοτεταρτημοριακό Εύρος

$IR = Q_3 - Q_1$	$IR = Q_3 - Q_1$
------------------	------------------

Τεταρτημοριακή Απόκλιση

$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$	$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$
---------------------------	---------------------------

Διακύμανση

$S_{op}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n}$ $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$ $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n-1} - \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2}{n(n-1)}$	$S^2 \cong \frac{\sum_{i=1}^k f_i (m_i - \bar{X})^2}{n-1}, \quad n = \sum_{i=1}^k f_i$ $S^2 \cong \frac{\sum_{i=1}^k f_i m_i^2 - n\bar{X}^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i m_i^2}{n-1} - \frac{\left(\sum_{i=1}^k f_i m_i \right)^2}{(n-1)n}$
--	--

Τυπική Απόκλιση

$S_{op} = +\sqrt{S_{op}^2}$ ή $S = +\sqrt{S^2}$	$S = +\sqrt{S^2}$
---	-------------------

ΜΕΤΡΑ ΣΧΕΤΙΚΗΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΤΗΤΑΣ**Συντελεστής Μεταβλητότητας**

$CV = \frac{S}{\bar{X}}$	$CV = \frac{S}{\bar{X}}$
--------------------------	--------------------------

ΜΕΤΡΑ ΑΣΥΜΜΕΤΡΙΑΣ**Συντελεστές Ασυμμετρίας**

$S_p = \frac{\bar{X} - T_0}{S}$	$S_p = \frac{\bar{X} - T_0}{S}$
$\beta_3 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^3}{S^3}$	$\beta_3 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i (m_i - \bar{X})^3}{S^3}$

ΜΕΤΡΑ ΚΥΡΤΩΣΗΣ**Συντελεστής Κύρτωσης**

$\beta_4 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^4}{S^4}$	$\beta_4 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i (m_i - \bar{X})^4}{S^4}$
--	--

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ
Αξιώματα του Kolmogorov

Έστω S ένας δειγματικός χώρος και έστω B το σύνολο όλων των ενδεχομένων του S .

Ορίζουμε ως **συνάρτηση πιθανότητας** μια συνάρτηση P :

$$P: B \rightarrow R$$

η οποία σε κάθε ενδεχόμενο A αντιστοιχεί έναν πραγματικό αριθμό $P(A)$ έτσι ώστε να ικανοποιούνται τα παρακάτω αξιώματα:

- i. $P(A) \geq 0$
- ii. $P(S) = 1$
- iii. $P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$, $A_i \cap A_j = \emptyset, \forall i \neq j$.

Βασικά Θεωρήματα Πιθανοτήτων

Θεώρημα 1 Για κάθε ενδεχόμενο A ισχύει $P(A') = 1 - P(A)$.

Θεώρημα 2 Ισχύει ότι: $P(\emptyset) = 0$

Θεώρημα 3 Για κάθε ενδεχόμενο A ισχύει $P(A) \leq 1$.

Θεώρημα 4 Για οποιαδήποτε ενδεχόμενα A_1 και A_2 ισχύει ότι:

$$P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cap A_2)$$

➤ Το θεώρημα 4 γενικεύεται για την περίπτωση n ενδεχομένων.

Στην περίπτωση που $n=3$ γίνεται:

$$\begin{aligned} P(A_1 \cup A_2 \cup A_3) &= \\ &= P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) - P(A_1 \cap A_2) - P(A_1 \cap A_3) - P(A_2 \cap A_3) + P(A_1 \cap A_2 \cap A_3). \end{aligned}$$

➤ Για δύο ενδεχόμενα τα οποία είναι ασυμβίβαστα το θεώρημα 4 οδηγεί στο συμπέρασμα

$$P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2), \quad A_1 \cap A_2 = \emptyset$$

το οποίο είναι ειδική περίπτωση του 3^{ου} αξιώματος.

Δεσμευμένη Πιθανότητα

$$P(A_1|A_2) = \frac{P(A_1 \cap A_2)}{P(A_2)}, P(A_2) > 0$$

$$P(A_2|A_1) = \frac{P(A_1 \cap A_2)}{P(A_1)}, P(A_1) > 0$$

Ανεξάρτητα Ενδεχόμενα

- 2 ενδεχόμενα A_1, A_2 είναι ανεξάρτητα αν ισχύει: $P(A_1 \cap A_2) = P(A_1)P(A_2)$
- 3 ενδεχόμενα A_1, A_2, A_3 είναι ανεξάρτητα αν ισχύει:

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1)P(A_2)$$

$$P(A_1 \cap A_3) = P(A_1)P(A_3)$$

$$P(A_2 \cap A_3) = P(A_2)P(A_3)$$

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1)P(A_2)P(A_3)$$

- n ενδεχόμενα A_1, A_2, \dots, A_n είναι ανεξάρτητα αν για κάθε συνδυασμό 2 ή περισσότερων από αυτά ισχύει:

$$P\left(\bigcap_{j=1}^k A_{i_j}\right) = P(A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_k}) = P(A_{i_1})P(A_{i_2}) \dots P(A_{i_k}), 1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n.$$

Ενδεχόμενα Ανεξάρτητα κατά Ζεύγη

Τα ενδεχόμενα A_1, A_2, \dots, A_n λέγονται ανεξάρτητα κατά ζεύγη αν ισχύει:

$$P(A_i \cap A_j) = P(A_i)P(A_j), \text{ για κάθε } i, j = 1, 2, \dots, n, i \neq j.$$

Προφανώς, n ενδεχόμενα μπορεί να είναι ανεξάρτητα κατά ζεύγη χωρίς να είναι ανεξάρτητα.

Κανόνας Πολλαπλασιασμού Πιθανοτήτων

- Για 2 ενδεχόμενα:

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1)P(A_2|A_1) = P(A_2)P(A_1|A_2)$$

- Για 3 ενδεχόμενα:

$$P[A_1 \cap A_2 \cap A_3] = P[A_1]P[A_2|A_1]P[A_3|A_1 \cap A_2].$$

- Για n ενδεχόμενα:

$$P[A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n] = P[A_1]P[A_2|A_1]P[A_3|A_1 \cap A_2] \dots P\left[A_n \left| \bigcap_{i=1}^{n-1} A_i \right.\right]$$

Θεώρημα της Ολικής Πιθανότητας

Έστω ότι A_1, A_2, \dots, A_n είναι μία διαμέριση του δειγματικού χώρου S τέτοια ώστε $P(A_i) \neq 0, i = 1, 2, \dots, n$. Τότε για κάθε ενδεχόμενο E έχουμε ότι,

$$P(E) = \sum_{i=1}^n P(A_i) P(E|A_i).$$

Θεώρημα του Bayes

Έστω ότι A_1, A_2, \dots, A_n είναι μία διαμέριση του δειγματικού χώρου S τέτοια ώστε $P(A_i) \neq 0, i = 1, 2, \dots, n$. Τότε για κάθε ενδεχόμενο E με $P(E) > 0$ έχουμε ότι,

$$\begin{aligned} P(A_k|E) &= \frac{P(A_k)P(E|A_k)}{\sum_{i=1}^n P(A_i)P(E|A_i)} \\ &= \frac{P(A_k)P(E|A_k)}{P(E)} \end{aligned}$$

ΑΡΧΕΣ ΑΠΑΡΙΘΜΗΣΗΣ**Μεταθέσεις**

$$P_n = n!$$

Επαναληπτικές Μεταθέσεις

$$\frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$$

Διατάξεις

$$P_{n,x} \equiv P(n,x) = \frac{n!}{(n-x)!}$$

Επαναληπτικές Διατάξεις

$$n^x$$

Συνδυασμοί

$$C_{n,x} \equiv C(n,x) \equiv \binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ

ΔΙΑΚΡΙΤΗ ΤΥΧΑΙΑ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ	ΣΥΝΕΧΗΣ ΤΥΧΑΙΑ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ
<p>Η συνάρτηση πιθανότητας $P(X = x)$ μιας διακριτής τυχαίας μεταβλητής X ικανοποιεί τις συνθήκες:</p> <p>i. $P(X = x) \geq 0, \forall x$ στο πεδίο ορισμού</p> <p>ii. $\sum_x P(X = x) = 1$</p>	<p>Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(x)$ μιας συνεχούς τυχαίας μεταβλητής X ικανοποιεί τις συνθήκες:</p> <p>i. $f(x) \geq 0, -\infty < x < +\infty$</p> <p>ii. $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$</p>
<p>Η αθροιστική συνάρτηση κατανομής $F(a)$ μιας διακριτής τυχαίας μεταβλητής X υπολογίζεται με βάση τη σχέση: $F(a) = P(X \leq a) = \sum_{x \leq a} P(X = x), \forall a \in R$</p>	<p>Η αθροιστική συνάρτηση κατανομής $F(a)$ μιας συνεχούς τυχαίας μεταβλητής X υπολογίζεται με βάση τη σχέση: $F(a) = P(X \leq a) = \int_{-\infty}^a f(t)dt, \forall a \in R$</p>
<p>Η μέση (αναμενόμενη) τιμή $\mu = E(X)$ μιας διακριτής τυχαίας μεταβλητής X υπολογίζεται με βάση τον τύπο: $E(X) = \sum_x xP(X = x) < \infty$</p>	<p>Η μέση (αναμενόμενη) τιμή $E(X)$ μιας συνεχούς τυχαίας μεταβλητής X υπολογίζεται με βάση τον τύπο: $E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx < \infty$</p>
<p>Αν X διακριτή τυχαία μεταβλητή και $g(\cdot)$ μια πραγματική συνάρτηση, τότε η μέση τιμή της τυχαίας μεταβλητής $g(X)$ δίνεται από τη σχέση $E[g(X)] = \sum_x g(x)P(X = x) < \infty.$</p>	<p>Αν X συνεχής τυχαία μεταβλητή και $g(\cdot)$ μια πραγματική συνάρτηση, τότε η μέση τιμή της τυχαίας μεταβλητής $g(X)$ δίνεται από τη σχέση $E[g(X)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)f(x)dx < \infty$</p>
ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΗΣ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ	
<p>1. $E[ag(X) + \beta] = aE[g(X)] + \beta$, όπου a, β σταθερές.</p> <p>Ειδική περίπτωση: $E(aX + \beta) = aE(X) + \beta$, όπου a, β σταθερές</p> <p>2. $E[a_1g_1(X) + a_2g_2(X)] = a_1E[g_1(X)] + a_2E[g_2(X)]$</p>	
<p>Έστω X τυχαία μεταβλητή (διακριτή ή συνεχής) με μέση τιμή $\mu = E(X)$. Η διακύμανση της X συμβολίζεται με $V(X)$ ή σ^2 και δίνεται από τη σχέση:</p> $V(X) = \sigma^2 = E[X - E(X)]^2 = E(X - \mu)^2 = E(X^2) - \mu^2.$	
ΙΔΙΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ	
$V(aX + \beta) = a^2V(X)$, όπου a, β σταθερές	

ΕΙΔΙΚΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ

ΔΙΑΚΡΙΤΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ

Διωνυμική Κατανομή [$X \sim b(n, p)$]

$$P(x) = P(X = x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x q^{n-x}; \quad x = 0, 1, \dots, n, \quad n = 1, 2, \dots,$$

$$0 \leq p \leq 1, \quad q = 1 - p.$$

$$E(X) = np \quad V(X) = npq$$

Γεωμετρική κατανομή [$X \sim G(p)$]

$$P(x) = P(X = x) = pq^x; \quad x = 0, 1, 2, \dots, \quad 0 < p < 1$$

$$E(X) = q/p \quad V(X) = q/p^2$$

Υπεργεωμετρική Κατανομή [$X \sim h(N, n, r)$]

$$P(x) = P(X = x) = \frac{\binom{r}{x} \binom{N-r}{n-x}}{\binom{N}{n}}; \quad n = 1, 2, \dots, \quad N = 1, 2, \dots, \quad r = 0, 1, 2, \dots, N,$$

$$x = \max(0, n + r - N), \dots, \min(r, n).$$

$$E(X) = n \left(\frac{r}{N} \right) \quad V(X) = n \left(\frac{r}{N} \right) \left(\frac{N-r}{N} \right) \left(\frac{N-n}{N-1} \right)$$

Κατανομή Poisson [$X \sim P(\lambda)$]

$$P(x) = P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}; \quad x = 0, 1, 2, \dots, \quad \lambda > 0$$

$$E(X) = \lambda \quad V(X) = \lambda$$

ΣΥΝΕΧΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ

Ομοιόμορφη [$X \sim U(\alpha, \beta)$]

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta - \alpha} & \forall x \in [\alpha, \beta] \\ 0 & \forall x \notin [\alpha, \beta]. \end{cases}$$

$$E(X) = \frac{\alpha + \beta}{2} \quad V(X) = \frac{(\beta - \alpha)^2}{12}$$

Εκθετική [$X \sim E(\theta)$]

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, & \forall x > 0, \theta > 0 \\ 0, & \forall x \leq 0. \end{cases}$$

$$E(X) = \theta \quad V(X) = \theta^2$$

Κανονική Κατανομή [$X \sim N(\mu, \sigma^2)$]

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, \quad x \in (-\infty, \infty); \quad -\infty < \mu < \infty, \quad \sigma > 0$$

όπου $\pi \cong 3,1416$ και $e \cong 2,7183$.

$$E(X) = \mu \quad V(X) = \sigma^2$$

Τυποποιημένη Κανονική Κατανομή [$\text{Av } X \sim N(\mu, \sigma^2) \Rightarrow Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0,1)$]

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2}, \quad -\infty < z < +\infty$$

$$E(Z) = 0 \quad V(Z) = 1$$

ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΕΥΘΕΙΑΣ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗΣ

$$\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum [(Y_i - \bar{Y})(X_i - \bar{X})]}{\sum [(X_i - \bar{X})^2]} = \frac{\sum X_i Y_i - \frac{\sum X_i \sum Y_i}{n}}{\sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n}}$$

$$\hat{\beta}_0 = \frac{\sum Y_i}{n} - \hat{\beta}_1 \frac{\sum X_i}{n} = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}$$

ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ

$$r = \frac{\sum [(Y_i - \bar{Y})(X_i - \bar{X})]}{\sqrt{\sum (Y_i - \bar{Y})^2 \sum (X_i - \bar{X})^2}} = \frac{\sum X_i Y_i - \frac{\sum X_i \sum Y_i}{n}}{\sqrt{\left[\sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n} \right] \left[\sum Y_i^2 - \frac{(\sum Y_i)^2}{n} \right]}}$$

$$r \in [-1,1]$$

ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΥ

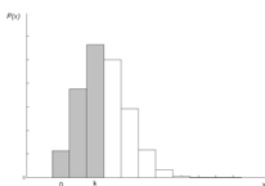
$$R^2 = \frac{\left(\sum [(Y_i - \bar{Y})(X_i - \bar{X})] \right)^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2 \sum (X_i - \bar{X})^2} = \frac{\left(\sum X_i Y_i - \frac{\sum X_i \sum Y_i}{n} \right)^2}{\left[\sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n} \right] \left[\sum Y_i^2 - \frac{(\sum Y_i)^2}{n} \right]}$$

$$R^2 \in [0,1]$$

ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΙ

$X_i, i = 1, 2, 3, \dots, n$	Παρατηρήσεις
X_{max}	Μέγιστη παρατήρηση
X_{min}	Ελάχιστη παρατήρηση
n	Πλήθος των παρατηρήσεων
δ	Εύρος της τάξης (αναφερόμαστε σε τάξεις ίσου εύρους)
m_i	Κεντρική τιμή της i τάξης
k	Πλήθος των τάξεων
f_M	Συχνότητα της τάξης της διαμέσου
f_{Q_i}	Συχνότητα της τάξης του i τεταρτημορίου
F_{M-1}	Αθροιστική συχνότητα της προηγούμενης τάξης από αυτή της διαμέσου
$F_{Q_{i-1}}$	Αθροιστική συχνότητα της προηγούμενης τάξης από αυτή του i τεταρτημορίου
L_M	Κατώτερο όριο της τάξης της διαμέσου
L_{Q_i}	Κατώτερο όριο της τάξης του i τεταρτημορίου
L_{T_e}	Κατώτερο όριο της τάξης της επικρατούσας τιμής
Δ_1	Διαφορά μεταξύ της συχνότητας της τάξης της επικρατούσας τιμής και της συχνότητας της προηγούμενης τάξης
Δ_2	Διαφορά μεταξύ της συχνότητας της τάξης της επικρατούσας τιμής και της συχνότητας της επόμενης τάξης

Πίνακας 2. Αθροιστικές Πιθανότητες Διωνυμικής Κατανομής

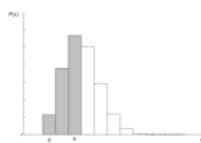


Τα στοιχεία του πίνακα εκφράζουν τις αθροιστικές πιθανότητες $P(X \leq k)$, όπου η X ακολουθεί διωνυμική κατανομή με παραμέτρους n, p , και οι οποίες παριστάνονται από το εμβαδόν των γραμμοσκιασμένων στηλών.

n	k	p										
		0.01	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50
2	0	0,980	0,903	0,810	0,723	0,640	0,563	0,490	0,423	0,360	0,303	0,250
	1	1,000	0,998	0,990	0,978	0,960	0,938	0,910	0,878	0,840	0,798	0,750
	2	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
3	0	0,970	0,857	0,729	0,614	0,512	0,422	0,343	0,275	0,216	0,166	0,125
	1	1,000	0,993	0,972	0,939	0,896	0,844	0,784	0,718	0,648	0,575	0,500
	2	1,000	1,000	0,999	0,997	0,992	0,984	0,973	0,957	0,936	0,909	0,875
	3	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
4	0	0,961	0,815	0,656	0,522	0,410	0,316	0,240	0,179	0,130	0,092	0,063
	1	0,999	0,986	0,948	0,890	0,819	0,738	0,652	0,563	0,475	0,391	0,313
	2	1,000	1,000	0,996	0,988	0,973	0,949	0,916	0,874	0,821	0,759	0,688
	3	1,000	1,000	1,000	0,999	0,998	0,996	0,992	0,985	0,974	0,959	0,938
	4	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
5	0	0,951	0,774	0,590	0,444	0,328	0,237	0,168	0,116	0,078	0,050	0,031
	1	0,999	0,977	0,919	0,835	0,737	0,633	0,528	0,428	0,337	0,256	0,188
	2	1,000	0,999	0,991	0,973	0,942	0,896	0,837	0,765	0,683	0,593	0,500
	3	1,000	1,000	1,000	0,998	0,993	0,984	0,969	0,946	0,913	0,869	0,813
	4	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,998	0,995	0,990	0,982	0,969
	5	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
6	0	0,941	0,735	0,531	0,377	0,262	0,178	0,118	0,075	0,047	0,028	0,016
	1	0,999	0,967	0,886	0,776	0,655	0,534	0,420	0,319	0,233	0,164	0,109
	2	1,000	0,998	0,984	0,953	0,901	0,831	0,744	0,647	0,544	0,442	0,344
	3	1,000	1,000	0,999	0,994	0,983	0,962	0,930	0,883	0,821	0,745	0,656
	4	1,000	1,000	1,000	1,000	0,998	0,995	0,989	0,978	0,959	0,931	0,891
	5	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,998	0,996	0,992	0,984
	6	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
7	0	0,932	0,698	0,478	0,321	0,210	0,133	0,082	0,049	0,028	0,015	0,008
	1	0,998	0,956	0,850	0,717	0,577	0,445	0,329	0,234	0,159	0,102	0,063
	2	1,000	0,996	0,974	0,926	0,852	0,756	0,647	0,532	0,420	0,316	0,227
	3	1,000	1,000	0,997	0,988	0,967	0,929	0,874	0,800	0,710	0,608	0,500
	4	1,000	1,000	1,000	0,999	0,995	0,987	0,971	0,944	0,904	0,847	0,773
	5	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,996	0,991	0,981	0,964	0,938
	6	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,998	0,998	0,996	0,992
	7	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
8	0	0,923	0,663	0,430	0,272	0,168	0,100	0,058	0,032	0,017	0,008	0,004
	1	0,997	0,943	0,813	0,657	0,503	0,367	0,255	0,169	0,106	0,063	0,035
	2	1,000	0,994	0,962	0,895	0,797	0,679	0,552	0,428	0,315	0,220	0,145
	3	1,000	1,000	0,995	0,979	0,944	0,886	0,806	0,706	0,594	0,477	0,363
	4	1,000	1,000	1,000	0,997	0,990	0,973	0,942	0,894	0,826	0,740	0,637
	5	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,996	0,989	0,975	0,950	0,912	0,855
	6	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,996	0,991	0,982	0,965
	7	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,998	0,996
	8	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
9	0	0,914	0,630	0,387	0,232	0,134	0,075	0,040	0,021	0,010	0,005	0,002
	1	0,997	0,929	0,775	0,599	0,436	0,300	0,196	0,121	0,071	0,039	0,020
	2	1,000	0,992	0,947	0,859	0,738	0,601	0,463	0,337	0,232	0,150	0,090
	3	1,000	0,999	0,992	0,966	0,914	0,834	0,730	0,609	0,483	0,361	0,254
	4	1,000	1,000	0,999	0,994	0,980	0,951	0,901	0,828	0,733	0,621	0,500
	5	1,000	1,000	1,000	0,999	0,997	0,990	0,975	0,946	0,901	0,834	0,746
	6	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,996	0,989	0,975	0,950	0,910
	7	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,999	0,996	0,991	0,980
	8	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,998
	9	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

(Συνεχίζεται)

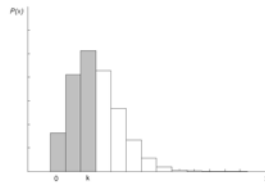
Πίνακας 2. Αθροιστικές Πιθανότητες Διωνυμικής Κατανομής
(συνέχεια)



		p										
n	k	0,01	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
10	0	0,904	0,599	0,349	0,197	0,107	0,056	0,028	0,013	0,006	0,003	0,001
	1	0,996	0,914	0,736	0,544	0,376	0,244	0,149	0,086	0,046	0,023	0,011
	2	1,000	0,988	0,930	0,820	0,678	0,526	0,383	0,262	0,167	0,100	0,055
	3	1,000	0,999	0,987	0,950	0,879	0,776	0,650	0,514	0,382	0,266	0,172
	4	1,000	1,000	0,998	0,990	0,967	0,922	0,850	0,751	0,633	0,504	0,377
	5	1,000	1,000	1,000	0,999	0,994	0,980	0,953	0,905	0,834	0,738	0,623
	6	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,996	0,989	0,974	0,945	0,898	0,828
	7	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,998	0,995	0,988	0,973	0,945
	8	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,998	0,995	0,989
	9	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999
	10	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
11	0	0,895	0,569	0,314	0,167	0,086	0,042	0,020	0,009	0,004	0,001	0,000
	1	0,995	0,898	0,697	0,492	0,322	0,197	0,113	0,061	0,030	0,014	0,006
	2	1,000	0,985	0,910	0,779	0,617	0,455	0,313	0,200	0,119	0,065	0,033
	3	1,000	0,998	0,981	0,931	0,839	0,713	0,570	0,426	0,296	0,191	0,113
	4	1,000	1,000	0,997	0,984	0,950	0,885	0,790	0,668	0,533	0,397	0,274
	5	1,000	1,000	1,000	0,997	0,988	0,966	0,922	0,851	0,753	0,633	0,500
	6	1,000	1,000	1,000	1,000	0,998	0,992	0,978	0,950	0,901	0,826	0,726
	7	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,996	0,988	0,971	0,939	0,887
	8	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,998	0,994	0,985	0,967
	9	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,998	0,994
	10	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
11	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	
12	0	0,886	0,540	0,282	0,142	0,069	0,032	0,014	0,006	0,002	0,001	0,000
	1	0,994	0,882	0,659	0,443	0,275	0,158	0,085	0,042	0,020	0,008	0,003
	2	1,000	0,980	0,889	0,736	0,558	0,391	0,253	0,151	0,083	0,042	0,019
	3	1,000	0,998	0,974	0,908	0,795	0,649	0,493	0,347	0,225	0,134	0,073
	4	1,000	1,000	0,996	0,976	0,927	0,842	0,724	0,583	0,438	0,304	0,194
	5	1,000	1,000	0,999	0,995	0,981	0,946	0,882	0,787	0,665	0,527	0,387
	6	1,000	1,000	1,000	0,999	0,996	0,986	0,961	0,915	0,842	0,739	0,613
	7	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,997	0,991	0,974	0,943	0,888	0,806
	8	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,998	0,994	0,985	0,964	0,927
	9	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,997	0,992	0,981
	10	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,997
	11	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
12	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	
13	0	0,878	0,513	0,254	0,121	0,055	0,024	0,010	0,004	0,001	0,000	0,000
	1	0,993	0,865	0,621	0,398	0,234	0,127	0,064	0,030	0,013	0,005	0,002
	2	1,000	0,975	0,866	0,692	0,502	0,333	0,202	0,113	0,058	0,027	0,011
	3	1,000	0,997	0,966	0,882	0,747	0,584	0,421	0,278	0,169	0,093	0,046
	4	1,000	1,000	0,994	0,966	0,901	0,794	0,654	0,501	0,353	0,228	0,133
	5	1,000	1,000	0,999	0,992	0,970	0,920	0,835	0,716	0,574	0,427	0,291
	6	1,000	1,000	1,000	0,999	0,993	0,976	0,938	0,871	0,771	0,644	0,500
	7	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,994	0,982	0,954	0,902	0,821	0,709
	8	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,996	0,987	0,968	0,930	0,867
	9	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,997	0,992	0,980	0,954
	10	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,996	0,989
	11	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,998
	12	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
13	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	
14	0	0,869	0,488	0,229	0,103	0,044	0,018	0,007	0,002	0,001	0,000	0,000
	1	0,992	0,847	0,585	0,357	0,198	0,101	0,047	0,021	0,008	0,003	0,001
	2	1,000	0,970	0,842	0,648	0,448	0,281	0,161	0,084	0,040	0,017	0,006
	3	1,000	0,996	0,956	0,853	0,698	0,521	0,355	0,220	0,124	0,063	0,029
	4	1,000	1,000	0,991	0,953	0,870	0,742	0,584	0,423	0,279	0,167	0,090
	5	1,000	1,000	0,999	0,988	0,956	0,888	0,781	0,641	0,486	0,337	0,212
	6	1,000	1,000	1,000	0,998	0,988	0,962	0,907	0,816	0,692	0,546	0,395
	7	1,000	1,000	1,000	1,000	0,998	0,990	0,969	0,925	0,850	0,741	0,605
	8	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,998	0,992	0,976	0,942	0,881	0,788
	9	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,998	0,994	0,982	0,957	0,910
	10	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,996	0,989	0,971
	11	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,998	0,994
	12	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999
	13	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
14	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	

(Συνεχίζεται)

Πίνακας 3. Αθροιστικές Πιθανότητες Κατανομής Poisson



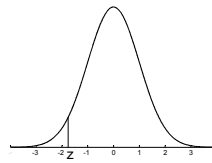
Τα στοιχεία του πίνακα εκφράζουν τις αθροιστικές πιθανότητες $P(X \leq k)$, όπου η X ακολουθεί κατανομή Poisson με παράμετρο λ , και οι οποίες παριστάνονται από το εμβαδόν των γραμμοσκιασμένων στηλών.

		λ										
k	0,01	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	
0	0,905	0,819	0,741	0,670	0,607	0,549	0,497	0,449	0,407	0,368	0,223	
1	0,995	0,982	0,963	0,938	0,910	0,878	0,844	0,809	0,772	0,736	0,558	
2	1,000	0,999	0,996	0,992	0,986	0,977	0,966	0,953	0,937	0,920	0,809	
3	1,000	1,000	1,000	0,999	0,998	0,997	0,994	0,991	0,987	0,981	0,934	
4	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,999	0,998	0,996	0,981	
5	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,996	
6	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	
7	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	

		λ										
k	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	
0	0,135	0,082	0,050	0,030	0,018	0,011	0,007	0,004	0,002	0,002	0,001	
1	0,406	0,287	0,199	0,136	0,092	0,061	0,040	0,027	0,017	0,011	0,007	
2	0,677	0,544	0,423	0,321	0,238	0,174	0,125	0,088	0,062	0,043	0,030	
3	0,857	0,758	0,647	0,537	0,433	0,342	0,265	0,202	0,151	0,112	0,082	
4	0,947	0,891	0,815	0,725	0,629	0,532	0,440	0,358	0,285	0,224	0,173	
5	0,983	0,958	0,916	0,858	0,785	0,703	0,616	0,529	0,446	0,369	0,301	
6	0,995	0,986	0,966	0,935	0,889	0,831	0,762	0,686	0,606	0,527	0,450	
7	0,999	0,996	0,988	0,973	0,949	0,913	0,867	0,809	0,744	0,673	0,599	
8	1,000	0,999	0,996	0,990	0,979	0,960	0,932	0,894	0,847	0,792	0,729	
9	1,000	1,000	0,999	0,997	0,992	0,983	0,968	0,946	0,916	0,877	0,830	
10	1,000	1,000	1,000	0,999	0,997	0,993	0,986	0,975	0,957	0,933	0,901	
11	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,998	0,995	0,989	0,980	0,966	0,947	
12	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,998	0,996	0,991	0,984	0,973	
13	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,998	0,996	0,993	0,987	
14	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,999	0,997	0,994	
15	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,999	0,998	
16	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	
17	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	

(συνεχίζεται)

Πίνακας 4. Τυποποιημένη Κανονική Κατανομή



Τα στοιχεία του πίνακα εκφράζουν τις πιθανότητες $\Phi(z) = P(Z \leq z)$ που παριστάνονται από το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη της τυποποιημένης κανονικής κατανομής αριστερά από το z .

	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-3,9	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
-3,8	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
-3,7	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
-3,6	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
-3,5	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
-3,4	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002
-3,3	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003
-3,2	0,0007	0,0007	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005
-3,1	0,0010	0,0009	0,0009	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007
-3,0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010
-2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
-2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
-0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641

(Συνεχίζεται)

