



ΥΠΟΣΤΗΡΙΚΤΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ ΕΑΠ ΔΕΟ 13

www.frontistiria-eap.gr

e-mail: frontistiria_eap@yahoo.gr

Ν. ΠΑΝΤΕΛΗ

Τηλ:210.93.24.450

ΔΕΟ 13 ΠΟΣΟΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ



ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΑΘΗΝΑ ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2012



ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΤΗ ΔΕΟ 13

ΚΟΣΤΗ

$$TC = FC + VC \quad \text{ή} \quad TC = AC * Q \quad \text{SOS}$$

$ATC = \frac{TC}{Q}$ Το μέσο κόστος ισούται με το συνολικό κόστος προς την παραγωγή.

$AFC = \frac{FC}{Q}$ Το μέσο σταθ. κόστος ισούται με το συνολικό σταθ. κόστος προς την παραγωγή.

$AVC = \frac{VC}{Q}$ Το μέσο μεταβλητό κόστος ισούται με το συνολικό μεταβλητό κόστος προς την παραγωγή.

$MC = (TC)' = \frac{dC}{dQ} = \frac{C_{επόμε.} - C_{προηγ.}}{Q_{επόμε.} - Q_{προηγ.}}$ Το οριακό κόστος είναι η παράγωγος του συνολικού κόστους

$MAC = (ATC)'$ Το οριακό μέσο κόστος είναι η παράγωγος του μέσου κόστους

ΕΣΟΔΑ

$TR = PQ$ Είναι τα συνολικά έσοδα που ισούνται με την τιμή επί την ποσότητα παραγωγής.

$ATR = \frac{TR}{Q}$ Τα μέσα έσοδα ισούται με τα συνολικά έσοδα προς την παραγωγή.

$MR = (TR)' = \frac{dR}{dQ} = \frac{R_{επομ.} - R_{προηγ.}}{Q_{επομ.} - Q_{προηγ.}}$ Το οριακό έσοδο είναι η παράγωγος των συνολικών εσόδων.

ΚΕΡΔΗ

$\Pi = TR - TC$ Τα κέρδη ισούνται με τα συνολικά έσοδα μείον τα συνολικά κόστη.

$A\Pi = \frac{\Pi}{Q}$ Τα μέσα κέρδη ισούται με τα συνολικά κέρδη προς την παραγωγή

$M\Pi = (\Pi)' = \frac{d\Pi}{dQ}$ Το οριακό κέρδος είναι η παράγωγος των συνολικών κερδών.

$MA\Pi = (A\Pi)'$ Το οριακό μέσο κέρδος είναι η παράγωγος των μέσων κερδών.



Απλή ελαστικότητα ζήτησης και προσφοράς

$$e_p^d = \frac{dQ^d}{dP} \cdot \frac{P}{Q^d} \text{ και } e_p^s = \frac{dQ^s}{dP} \cdot \frac{P}{Q^s}$$

Σε ασκήσεις ελαστικότητας θα κάνουμε χρήση του παραπάνω τύπου. Όπου P & Q θα χρησιμοποιούμε τα νούμερα που θα έχουμε βρει από το «σημείο ισορροπίας». Ο όρος

$\frac{dQ^d}{dP}$ είναι η πρώτη παράγωγος της συνάρτησης ζήτησης ενώ ο όρος $\frac{dQ^s}{dP}$ είναι η πρώτη

παράγωγος της συνάρτησης προσφοράς. Στη συνέχεια αντικαθιστούμε το P με το νούμερο.

www.frontistiria-eap.gr
Ν. ΠΑΝΤΕΛΗ



**ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΕΛΑΧΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ
ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ**

1) Ελαχιστοποίηση κόστους μιας συνάρτησης συνολικού κόστους:

Για την περίπτωση ελαχιστοποίησης του κόστους ακολουθώ τα εξής βήματα:

Βήμα 1^ο Παραγωγίζω τη συνάρτηση συνολικού κόστους TC και τη θέτω ίση με το μηδέν. $MC = 0$. Στη συνέχεια λύνω ως προς Q. Το Q αυτό είναι το επίπεδο παραγωγής για το οποίο η συνάρτηση συνολικού κόστους λαμβάνει τη μικρότερη τιμή.

Βήμα 2^ο ελέγχω αν το Q που βρήκα αποτελεί όντως σημείο ελαχιστοποίησης. Ο έλεγχος γίνεται με τη δεύτερη παράγωγο η οποία θα πρέπει να είναι μεγαλύτερη του μηδενός (στην τιμή του Q) $(TC)'' > 0$

Βήμα 3^ο Βάζω την τιμή του Q πάνω στη συνάρτηση συν. κόστους

2) Μεγιστοποίηση εσόδων μιας συνάρτησης συνολικών εσόδων:

Για την περίπτωση μεγιστοποίησης των εσόδων ακολουθώ τα εξής βήματα:

Βήμα 1^ο Παραγωγίζω τη συνάρτηση συνολικών εσόδων TR και τη θέτω ίση με το μηδέν. $MR = 0$. Στη συνέχεια λύνω ως προς Q. Το Q αυτό είναι το επίπεδο παραγωγής για το οποίο η συνάρτηση συν. εσόδων λαμβάνει τη μεγαλύτερη τιμή.

Βήμα 2^ο ελέγχω αν το Q που βρήκα αποτελεί όντως σημείο μεγιστοποίησης. Ο έλεγχος γίνεται με τη δεύτερη παράγωγο η οποία θα πρέπει να είναι μικρότερη του μηδενός (στην τιμή του Q) $(TR)'' < 0$

Βήμα 3^ο Βάζω την τιμή του Q πάνω στη συνάρτηση συν. εσόδων.

ΠΡΟΣΟΧΗ!!! Η συνάρτηση συνολικών συνήθως δεν θα μου δίνεται, αλλά θα μπορώ να την κατασκευάσω. Γνωρίζουμε ότι $TR = P \cdot Q$ και θα μου δίνουν μια μαθηματική έκφραση για το P της μορφής $P = 100 - Q$ ή $Q = 100 - P$. Θα αντικαθιστώ **πάντα** το P και θα έχω τη συνάρτηση συνολικών κερδών.

3) Μεγιστοποίηση κερδών μιας συνάρτησης συνολικών κερδών:

Για την περίπτωση μεγιστοποίησης των κερδών ακολουθώ τα εξής βήματα:



Βήμα 1^ο Παραγωγίζω τη συνάρτηση συνολικών κερδών Π και τη θέτω ίση με το μηδέν. $M\Pi = 0$. Στη συνέχεια λύνω ως προς Q . Το Q αυτό είναι το επίπεδο παραγωγής για το οποίο η συνάρτηση κερδών λαμβάνει τη μεγαλύτερη τιμή.

Βήμα 2^ο ελέγχω αν το Q που βρήκα αποτελεί όντως σημείο μεγιστοποίησης. Ο έλεγχος γίνεται με τη δεύτερη παράγωγο η οποία θα πρέπει να είναι μικρότερη του μηδενός (στην τιμή του Q) $(\Pi)'' < 0$

Βήμα 3^ο Βάζω την τιμή του Q πάνω στη συνάρτηση συν. κερδών.

ΕΥΡΕΣΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ ΣΥΝΟΛΙΚΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ - ΕΣΟΔΩΝ - ΚΕΡΔΩΝ

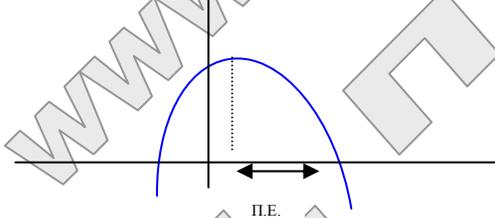
ΑΠΟ ΤΙΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΕΣ ΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΤΟΥΣ

(ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑ)

Στην περίπτωση αυτή θα ολοκληρώνω τη συνάρτηση που μου δίνεται. Για τον σταθερό όρο (c) της συνάρτησης θα κάνω χρήση της συντεταγμένης που θα μου δίνει. Π.χ. Για $Q=5$, $TC=20$ και θα λύνω ως προς (c).

ΠΕΔΙΑ ΟΡΙΣΜΟΥ

Έστω $Q^D = -P^2 + 6P - 5$, όπου Q^D η ποσότητα ζήτησης και P η τιμή του προϊόντος και «δεδομένου ότι η συνάρτηση ζήτησης είναι φθίνουσα, να ορισθεί το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης»



Η συνάρτηση είναι παραβολή που εμφανίζει μέγιστο επειδή ο συντελεστής του P^2 είναι αρνητικός αριθμός. Θέλουμε να βρούμε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης μόνο εκεί που είναι φθίνουσα. Δηλαδή από το μέγιστο σημείο και δεξιά μέχρι εκεί που η παραβολή τέμνει τον άξονα x . (επειδή αρνητικές τιμές δεν υπάρχουν). Το μέγιστο βρίσκεται λύνοντας τον τύπο $\frac{-\beta}{2\alpha}$, ενώ τα σημεία πάνω στους άξονες βρίσκονται αφού λύσουμε το τριώνυμο.



Το πεδίο τιμών βρίσκεται αν βάλουμε τις τιμές των άκρων του πεδίου ορισμού πάνω στη συνάρτηση.

ΒΗΜΑΤΑ ΕΥΡΕΣΗΣ ΠΕΔΙΟΥ ΟΡΙΣΜΟΥ

1^ο Βήμα: Βρίσκω την πρώτη παράγωγο της συνάρτησης ζήτησης και την θέτω ίση με μηδέν. Στη συνέχεια λύνω ως προς p ή x ανάλογα πως συμβολίζεται η μεταβλητή μου.

2^ο Βήμα: Τοποθετώ τις ρίζες σε έναν οριζόντιο άξονα και δεξιά της μεγαλύτερης τιμής βάζω το «+» αν το πρόσημο του P^2 είναι «+» (και αντίθετα). Στη συνέχεια βάζω τα πρόσημα εναλλάξ. Αν μου λέει ότι «δεδομένου ότι η συνάρτηση ζήτησης είναι φθίνουσα» τότε διαλέγω εκείνο το διάστημα όπου έχω το «-» ενώ εάν μου λέει ότι η συνάρτηση ζήτησης είναι αύξουσα τότε διαλέγω εκείνο το διάστημα όπου έχω «+».

3^ο Βήμα: Λαμβάνω υπόψη ότι θα πρέπει $P \geq 0$ άρα $P \in [0, +\infty]$

4^ο Βήμα: Λαμβάνω υπόψη ότι θα πρέπει $Q^D \geq 0$

Άρα θέτω την αρχική συνάρτηση (και όχι την παραγωγισμένη) ίση με μηδέν. Βρίσκω τις ρίζες και τις τοποθετώ στον άξονα. Επιλέγω τα διαστήματα εκείνα όπου είναι με πρόσημο «+»

5^ο Βήμα: Βρίσκω το κοινό πεδίο ορισμού των τριών παραπάνω ενεργειών.